

TEORÍA DE LA MEDIDA

TEMARIO

Temas Básicos

1. Medidas
 - 1.1 Algebras y sigma-algebras
 - 1.2 Clase monótona
 - 1.3 Medidas
 - 1.4 Medida exterior. Teorema de Caratheodory
 - 1.5 Medidas de Borel regulares
 - 1.6 Medida de Lebesgue
2. Funciones e Integración
 - 2.1 Funciones medibles. Aproximación por funciones simples
 - 2.2 Integración de funciones no negativas. Teorema de convergencia monótona, Lema de Fatou
 - 2.3 Integración de funciones complejas. Teorema de convergencia dominada
 - 2.4 La integral de Riemann
 - 2.5 Modos de convergencia. Teorema de Egoroff
3. Medidas producto
 - 3.1 Construcción de medidas producto. Conmutatividad y asociatividad
 - 3.2 Teorema de Fubini
 - 3.3 La integral de Lebesgue en \mathbb{R}^n
4. Descomposición de medidas
 - 4.1 Medidas con signo. Descomposición de Hahn, descomposición de Jordan
 - 4.2 Teorema de Radon-Nikodim. Generalización a medidas complejas
5. Espacios L_p
 - 5.1 Espacios Normados
 - 5.2 Funcionales lineales
 - 5.3 Funciones convexas. Teorema de Jensen
 - 5.4 Propiedades básicas de espacios L_p . Desigualdad de Hölder, Minkowski, Completitud

Temas Complementarios

6. Diferenciación de Medidas
 - 6.1 La integral indefinida
 - 6.2 Función maximal de Hardy-Littlewood
 - 6.3 Teorema de diferenciación de Lebesgue. Lemas de cubierta de Vitali
7. Representación de Espacios Duales
 - 7.1 Forma general de un funcional bilineal acotado (Lema de Lax-Milgram)
 - 7.2 Espacio dual de L_p
 - 7.3 Operadores con núcleo reproductor
 - 7.4 Funciones de variación acotada
 - 7.5 Espacio dual de $C[a,b]$
8. Teoría de Distribuciones [4]
9. Probabilidad [2]

Evaluación

Exámenes (3) 60%
Tareas 40%
(al menos una cada dos semanas)

Bibliografía

1. W. Cheney: *Analysis for Applied Mathematics*; Springer-Verlag; New York. (2001)
2. G. B. Folland: *Real Analysis: Modern Techniques and their applications*; J. Wiley & Sons, New York. (2007)
3. A. W. Knap; *Basic Real Analysis*; Birkhäuser. (2005)
4. E. H. Lieb, M. Loss: *Analysis*; American Mathematical Society. 1997
5. W. Rudin: *Real and complex analysis*, 3rd ed; McGraw-Hill, Boston. (1987)