

# TEORÍA DE LA MEDIDA

## TEMARIO

### Temas Básicos

1. Medidas
  - 1.1 Algebras y sigma-algebras
  - 1.2 Clase monótona
  - 1.3 Medidas
  - 1.4 Medida exterior. Teorema de Caratheodory
  - 1.5 Medidas de Borel regulares
  - 1.6 Medida de Lebesgue
2. Funciones e Integración
  - 2.1 Funciones medibles. Aproximación por funciones simples
  - 2.2 Integración de funciones no negativas. Teorema de convergencia monótona, Lema de Fatou
  - 2.3 Integración de funciones complejas. Teorema de convergencia dominada
  - 2.4 La integral de Riemann
  - 2.5 Modos de convergencia. Teorema de Egoroff
3. Medidas producto
  - 3.1 Construcción de medidas producto. Conmutatividad y asociatividad
  - 3.2 Teorema de Fubini
  - 3.3 La integral de Lebesgue en  $\mathbb{R}^n$
4. Descomposición de medidas
  - 4.1 Medidas con signo. Descomposición de Han, descomposición de Jordan
  - 4.2 Teorema de Radon-Nikodim. Generalización a medidas complejas
5. Espacios  $L_p$ 
  - 5.1 Espacios Normados
  - 5.2 Funcionales lineales
  - 5.3 Funciones convexas. Teorema de Jensen
  - 5.4 Propiedades básicas de espacios  $L_p$ . Desigualdad de Hölder, Minkowski, Completitud

### Temas Complementarios

6. Diferenciación de Medidas
  - 6.1 La integral indefinida
  - 6.2 Función maximal de Hardy-Littlewood
  - 6.3 Teorema de diferenciación de Lebesgue. Lemas de cubierta de Vitali
7. Representación de Espacios Duales
  - 7.1 Forma general de un funcional bilineal acotado (Lema de Lax-Milgram)
  - 7.2 Espacio dual de  $L_p$
  - 7.3 Operadores con núcleo reproductor
  - 7.4 Funciones de variación acotada
  - 7.5 Espacio dual de  $C[a,b]$
8. Teoría de Distribuciones [4]
9. Probabilidad [2]

### Evaluación

Exámenes (3) 60%  
Tareas 40%  
(al menos una cada dos semanas)

### Bibliografía

1. W. Cheney: *Analysis for Applied Mathematics*; Springer-Verlag; New York. (2001)
2. G. B. Folland: *Real Analysis: Modern Techniques and their applications*; J. Wiley & Sons, New York. (2007)
3. A. W. Knap; *Basic Real Analysis*; Birkhäuser. (2005)
4. E. H. Lieb, M. Loss: *Analysis*; American Mathematical Society. 1997
5. W. Rudin: *Real and complex analysis*, 3<sup>rd</sup> ed; McGraw-Hill, Boston. (1987)